

数値計算 期末試験

対象：計算機科学コース・ソフトウェア科学コース・数理科学コース

担当教員：永原 正章

2011年8月4日(木曜日5時限)

教科書・ノート・電卓等の持ち込みは一切不可

1. (a) 縮小写像の定義を書け。
(b) 次の写像 ϕ が区間 $[0, \pi/3]$ 上の縮小写像であることを示せ。

$$\phi(x) = \cos x.$$

- (c) 方程式

$$x = \cos x$$

の近似解を求めるための反復法を1つ書き，その反復法が厳密解に収束するための初期値の範囲を求めよ。

2. (a) Gershgorin の定理を書け。
(b) Gershgorin の定理を用いて，次の行列 A の固有値が存在する範囲を図示せよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. (a) N 組のデータ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ が与えられたとき，次の2乗誤差

$$E = \sum_{n=1}^N |y_n - f_M(x_n)|^2$$

を最小にする M 次多項式

$$f_M(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_Mx^M$$

の係数ベクトル $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_M]^T$ が満たすべき等式 (正規方程式) を導け。

- (b) 次のデータに対する最小2乗近似直線 $y = ax + b$ を求めよ。

x	0	1	2	3	4
y	1	2	3	4	4