

線形制御理論 練習問題 7

2013年5月31日(金)

次の伝達関数 $G(s)$ を持つシステムが安定であるための必要十分条件を求めよ。

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + as^2 + bs + c}.$$

解答例

Hurwitz 行列 H を求めると

$$H = \begin{bmatrix} a & c & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & a & c \end{bmatrix}.$$

Hurwitz の安定判別法より, $G(s)$ が安定であるための必要十分条件は

$$H_1 = a > 0,$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} a & c \\ 1 & b \end{vmatrix} = ab - c > 0,$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a & c & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & a & c \end{vmatrix} = c \times H_2 = c(ab - c) > 0.$$

整理すると以下の必要十分条件が得られる。

$$a > 0, \quad c > 0, \quad b > \frac{c}{a}.$$