

線形制御理論 練習問題 12

2013年7月5日(金)

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

に対して, 制御器を

$$K(s) = \frac{k}{s}, \quad k \in \mathbb{R}, \quad k \neq 0$$

とおく. フィードバック系を内部安定にする k の範囲を求めよ.

解答例

フィードバック系の特性多項式は

$$\phi(s) = (s+1)(s+2)s + k = s^3 + 3s^2 + 2s + k.$$

Hurwitz の安定判別法により k の範囲を求める. Hurwitz 行列を求めると

$$H = \begin{bmatrix} 3 & k & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & k \end{bmatrix}$$

となる. これより, フィードバック系が内部安定であるための必要十分条件は

$$H_1 = 3 > 0, \quad H_2 = \begin{vmatrix} 3 & k \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - k > 0, \quad H_3 = |H| = k \times H_2 = k(6 - k) > 0$$

以上より, 求める範囲は

$$0 < k < 6$$

となる.