

# サンプル値最適フィルタによる繰り返し制御

## Repetitive Control by Sampled-Data Optimal Filtering

京都大学 永原正章, 小蔵正輝, 山本裕  
M. Nagahara, M. Ogura, and Y. Yamamoto  
Kyoto University

**Abstract** A new paradigm of digital signal processing has recently been proposed in view of sampled-data control theory. The new filter approximates a linear phase characteristic in continuous-time domain, that is, a pure delay, by  $H^\infty$  optimization. By this property, we propose a new repetitive controller including the sampled-data  $H^\infty$  optimal filter with a sampler and a hold. The pure delay in a usual repetitive controller is an infinite dimensional system and is hard to implement. On the other hand, our controller can easily be implemented in a digital system. A numerical example shows the effectiveness of our method.

### 1 はじめに

繰り返し制御は、周期的な信号にトラッキングするための統一的な制御手法として提案され [3], 陽子シンクロトロン加速器や正弦波インバータの制御などへ応用され, その有効性が示されている [5]. 繰り返し制御では, 内部モデル原理にもとづき, 純粋なむだ時間を含む繰り返し制御器  $K(s) = e^{-Ls}/(1 - e^{-Ls})$  をフィードバックループに配置する.

しかし, むだ時間要素  $e^{-Ls}$  は無限次元システムであり, その実装は困難である. したがって,  $e^{-Ls}$  を離散時間システム  $z^{-m}$  で近似するデジタル繰り返し制御が通常はよく用いられる. この場合, サンプリング周期を  $h = m/L$  とすれば, サンプル点上では両者の出力は完全に一致する. しかし, サンプル点間では一致するとは限らず, さらにプラントとサンプリング周期の条件によっては, サンプル点間にリップルが生じることも報告されている [5]. この問題に対処するために, サンプル値制御理論 [1] を導入する研究も行われている (例えば, [4]).

さらにプラントの相対次数が 1 以上の場合, 上で述べた繰り返し制御器では, 指数安定化できないことも知られている [3]. この問題に対しては, 任意の高周波信号への完全なトラッキングを諦め, 低周波でのトラッキング性能の向上を目指す修正繰り返し制御が提案されている [3]. 本論文では, この修正繰り返し制御の考え方を導入し, あらかじめ設定された低周波帯域においてむだ時間要素  $e^{-Ls}$  を最適に近似するデジタルシステムの設計を行い, これを用いて繰り返し制御器を構成することを提案する. このようなデジタルシステムは, サンプル値制御理論による新しい信号処理方式として設計法が提案されており, その設計法も確立している [6]. ま

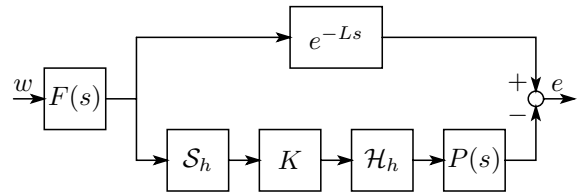


図 1: むだ時間要素  $e^{-Ls}$  を近似するための誤差系

た, フィードバック系の安定性を考慮するために, 内部モデル制御 [2] の考え方を導入する.

### 2 むだ時間要素のサンプル値系による近似

むだ時間要素  $e^{-Ls}$  をサンプル値系で近似するために, 図 1 の誤差系を導入する. ここで,  $F(s)$  はむだ時間要素を近似するときの周波数重みであり, ここでは低域通過型フィルタとする. また,  $S_h$  と  $H_h$  はそれぞれ, サンプリング周期  $h$  の理想サンブラおよびゼロ次ホールドであり,  $h = m/L$  ( $m$  は自然数) が成り立つものとする.  $P(s)$  は繰り返し制御系のプラントであり安定であるとする (ここにプラントが挿入される理由は次章で述べる). この誤差系の  $H^\infty$  ノルム

$$J_{sd}(K) = \|(e^{-Ls} - P(s)H_h K S_h)F(s)\|_\infty, \quad (1)$$

を最小化するデジタルフィルタ  $K \in \mathcal{RH}^\infty(\mathbb{T})$  を求めることで, むだ時間  $e^{-Ls}$  を近似するデジタルシステムが得られる. このデジタルフィルタの設計については, [6] を参照のこと.

### 3 新しい繰り返し制御器の構成

安定なプラント  $P(s)$  に対して, フィードバック系を安定化するすべてのコントローラ  $K(s)$  は,  $Q \in \mathcal{H}^\infty$  を

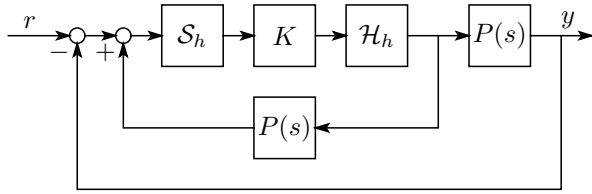


図 2: サンプル値繰り返し制御系

パラメータとして以下で表される .

$$K(s) = \frac{Q(s)}{1 - P(s)Q(s)}$$

ここで,  $P(s)Q(s) = e^{-Ls}$  となるような  $Q \in \mathcal{H}^\infty$  を選ぶことができれば,  $K(s)$  は  $s = 2n\pi j/L, n \in \mathbb{Z}$  に極を持つ (ただし,  $Q(s)$  は  $s = 2n\pi j/L, n \in \mathbb{Z}$  に極を持たないとする). しかし,  $P(s)$  の相対次数が 1 以上であれば, 明らかにこのような  $Q \in \mathcal{H}^\infty$  は存在しない. したがって, 修正繰り返し制御の考え方を導入し,  $Q$  として下記のノルムを最小化するものを採用する .

$$J(Q) = \|\{e^{-Ls} - P(s)Q(s)\}F(s)\|_\infty, \quad Q \in \mathcal{H}^\infty.$$

ただし, 周波数重み  $F(s) \in \mathcal{RH}^\infty$  は低域通過フィルタとする. この定式化と (1) を比べると, 我々の提案するデジタル繰り返し制御器は, 上の定式化において  $Q = \mathcal{H}_h K S_h$  としたものに等しい. 図 2 に提案法による繰り返し制御系のブロック線図を示す. なお,  $K$  が安定であれば, 図 2 のフィードバック系は安定となることに注意する. また, この繰り返し制御器は, 制御器の内部にプラントの伝達関数を持つ内部モデル制御の一種であると考えられる .

## 4 数値例

プラントを

$$P(s) = \frac{s - 1}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)(s + 4)}$$

とし, 参照信号の周期を  $L = 10$ , サンプル周期を  $h = 1$  とする. また, オーバーサンプリングの手法 ([6] を参照) を用い, ホールドのサンプル周期を  $h/10 = 1/10$  とする. 三角波に対する応答を図 3 に示す. この図において点線はプラントの内部モデルに誤差が無い場合の応答であり, 実線はプラントとして  $P_\Delta(s) = P(s)(1 + \Delta)$ ,  $\Delta = 0.1/(s + 0.1)$  の摂動されたものを用いたときの応答である. また, 図 4 に三角波が  $L$  だけ遅れたものと応答との誤差を示す. モデル化誤差がある場合, 応答のはじめのほうで誤差が大きくなるが, 次第に誤差が減少

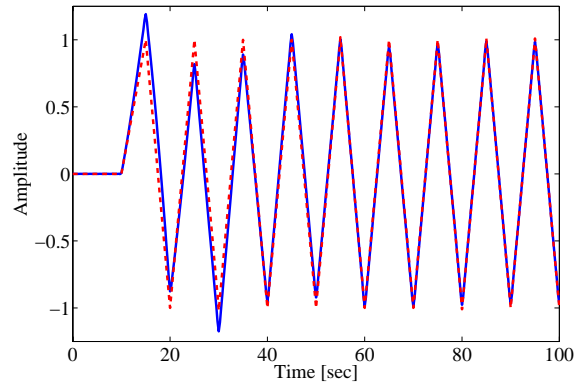


図 3: 提案法の繰り返し制御系の応答: プラントの摂動無し (破線), 摂動あり (実線)

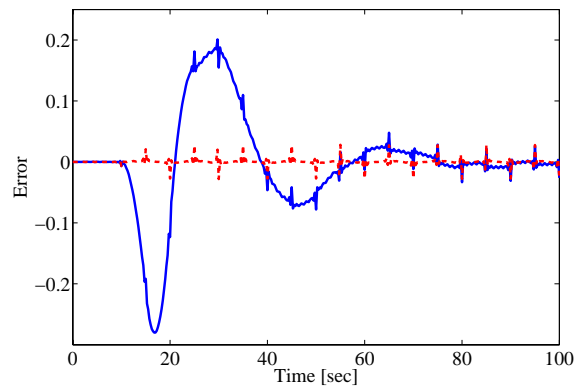


図 4: 追従誤差: プラントの摂動無し (破線), 摂動あり (実線)

していることが分かる. しかし, モデル化誤差を考慮した設計は行っていないので, プラントの摂動が大きければ不安定化することもありうる. プラントの摂動を考慮したロバスト制御は今後の課題である .

## 参考文献

- [1] T. Chen and B. Francis: *Optimal Sampled-Data Control Systems*, Springer (1995)
- [2] C. E. Garcia and M. Morari: Internal model control. A unifying review and some new results; *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, Vol. 21, No. 2, pp. 308–323 (1982)
- [3] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, and M. Nakano: Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals; *IEEE Trans. AC*, Vol. 33, No. 7, pp. 659–668 (1988)
- [4] H. Ishii and Y. Yamamoto: Periodic compensation for sampled-data  $H^\infty$  repetitive control; *Proc. of the 37th IEEE CDC*, pp. 331–336, (1998)

- [5] 中野, 井上, 山本, 原: 繰り返し制御, コロナ社 (1989)
- [6] 山本, 永原: サンプル値制御によるデジタル信号処理; システム/制御/情報, Vol. 45, No. 4, pp. 162-167 (2001)