

アナログ信号の推定にもとづくサンプル値 H^∞ 最適フィルタの適応化

Sampled-data H^∞ Optimal Adaptive Filters by Estimation of Analog Input Signals

京都大学大学院情報学研究科 中榮 健二, 永原 正章, 山本 裕
 K. Nakae, M. Nagahara and Y. Yamamoto
 Graduate School of Informatics, Kyoto University

Abstract Signals such as sounds, images and moving pictures in digital signal processing are originally analog. Thus we should take care of the analog characteristics for high-quality processing. It has been recently shown that we can optimize digital filters taking account of analog performance, via sampled-data control theory. This method assumes the analog characteristic is given a priori. In this paper, we propose an adaptive scheme for sampled-data H^∞ filtering in a situation where the analog characteristic varies with time. A numerical example show the effectiveness of our method.

1 はじめに

我々がデジタル信号処理で扱う音声や画像は、もともとアナログ信号である。従って本来、デジタル信号処理の問題を考える際には、信号のアナログ情報を考慮したモデル化と取り扱いが必要となる。

これに対して、連続時間信号と離散時間信号の混在するハイブリッド系を取り扱うことのできるサンプル値制御理論を用いて、デジタルフィルタを設計する研究が従来より行われている [1]。すなわち、現実の信号に即したアナログ生成モデルを仮定し、アナログ特性を H^∞ 評価規範のもとで最適にするデジタルフィルタの設計が提案されている。

これらの設計においては、信号のアナログ特性は設計前に与えられていると仮定している。しかし例えば画像のように、その特性が場所によって異なったり、また動画のように時間的に特性が変化する場合を考えると、信号のアナログ特性に対しフィルタを適応的に変化させることが望ましい。そこで本稿では、デジタル信号から局所的なアナログ特性を推定し、その推定にもとづいてフィルタを適応化することを提案する。実時間で最適フィルタを得るために、繰り返し計算を必要とする H^∞ 最適化を行うのではなく、特性の変化が小さいと仮定して擬似逆システムの方法により最適フィルタを計算する。また、数値例を用いて本手法の有効性を示す。

2 フィルタのサンプル値設計

信号復元問題のモデルとして、文献 [1] で提案されたモデルを単純化した図 1 のモデルを考える。この図において、 w から e へのシステムを $T_{ew}(F, K)$ とおく。サ

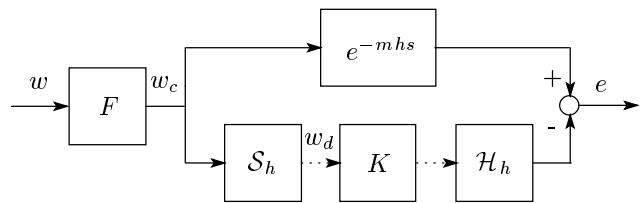


図 1: 信号復元問題のための誤差系 $T_{ew}(F, K)$

ンプリングされる前のアナログ信号を、信号のアナログ特性を反映したアナログフィルタ F を通ってきたものと捉えることで、信号のアナログ特性を表現している。

設定されたアナログ特性 F に対して、サンプリングしたデジタル信号をフィルタ K で処理した復元信号と元のアナログ信号を遅延させた信号との誤差 e を H^∞ 評価規範のもとで最小化することで、アナログ特性最適なデジタルフィルタを設計することができる。

ここで、アナログフィルタ F は信号のアナログ特性によって設定を変えるべきものであり、設定が変われば最適なフィルタ K も異なる。一方、現実の信号は時々刻々とアナログ特性が変化するものであり、1つの固定フィルタによる処理ではその変化に十分対応できていないとは言えない。そこでアナログ特性の変化に応じて適応的に変化させることを考える。

3 フィルタの適応化手法

適応化の方法として、信号(の一部)に対しアナログ特性を推定し最適なフィルタを逐一計算することが考えられる。しかし、この手法は H^∞ 最適化問題を解くための繰り返し計算が必要となり、実時間で実行可能でない。

本稿では以下の手順でフィルタ処理を行うことで、実時間で実行可能な手法とする。

1. ある1つの F に対する最適フィルタ K を計算する。
2. 信号を分割し、ブロックごとにそのアナログ特性 F_i を推定する。
3. F, F_i, K を用いて、 F_i に対する最適フィルタ K'_i を近似計算する。
4. それぞれのブロックごとにフィルタ K'_i を適用する。

3.1 フィルタの更新

今、図1のシステムにおいて、 F に対する最適フィルタ K が求まっており、さらに変化したアナログ特性 F' を推定したとする。 F' に対する最適フィルタを設計するため、システム

$$E := T_{ew}(F', K') - T_{ew}(F, K)$$

を考える。このシステムの L^2 誘導ノルムを最小にするフィルタ $K' = K + \Delta K$ を、 F, K, F' の値から求めたい。そこで、以下の三角不等式を考える。

$$\|T_{ew}(F', K')\| \leq \|T_{ew}(F, K)\| + \|E\| \quad (1)$$

不等式 (1) の右辺の第1項は定数であるから、第2項を小さくする ΔK を採用すれば、最適に近いフィルタが得られると考えられる。よって、以下の問題を考え $K' = K + \Delta K$ としてフィルタを求めることにする。

問題1 サンプル値系 E の L^2 誘導ノルムを最小化する ΔK を求めよ。

この問題は高速サンプル/ホールド近似を用いることで図2のシステムの離散時間 H^∞ ノルムを最小化する ΔK を求める問題に帰着する。ここで、 P_{11}, P_{12}, P_{21} は離散時間線形時不変システムである。この設計は H^∞ 最適化であり、繰り返しが必要となる。したがって実時間でのフィルタ更新を行うために、 H^∞ ノルムを H^2 ノルムに置き換える。すなわち次の問題を考える。

問題2 図2の離散時間システムにおける H^2 ノルム $\|P_{11} - P_{12}\Delta K P_{21}\|_2$ を最小化する ΔK を求めよ。

上の問題の解は、擬似逆システム P^\dagger を用いて $\Delta K = P_{12}^\dagger P_{11} P_{21}^\dagger$ と与えられ、これは繰り返し計算を必要としない。

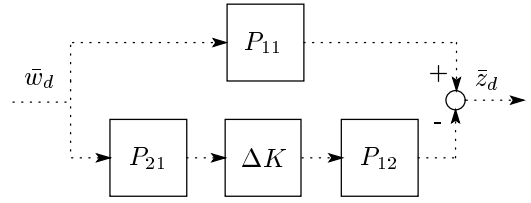


図2: 離散時間線形時不変システム

4 数値例

問題1において、最適化問題を解いて求めた K' を用いた場合、提案法によって求めた K' を用いた場合、元の K をそのまま K' として用いた場合の3パターンについて、誤差系 $T_{ew}(F', K')$ の L^2 誘導ノルムを比較したものが表1である。

ここで、サンプル周期 $h = 1$ 、高速サンプル/ホールドの次数 $N = 5$ 、許容する遅れ $m = 2$ 、元のアナログフィルタ $F(s) = \frac{1}{s+1}$ とした。

F' のカットオフ周波数を十分大きくとれば、元の K をそのまま使うよりも良い性能を示すことがわかる。

表1: $\|T_{ew}(F', K')\|$ の値の比較

F'	最適な K'	提案法による K'	$K' = K$
$\frac{0.1}{s+0.1}$	0.0323	0.0993	0.1034
$\frac{0.5}{s+0.5}$	0.1598	0.1743	0.1739
$\frac{1.5}{s+1.5}$	0.4380	0.4441	0.4473
$\frac{2}{s+2}$	0.5459	0.5611	0.5806
$\frac{3}{s+3}$	0.7019	0.7366	0.8255
$\frac{4}{s+4}$	0.7996	0.8515	1.0361
$\frac{5}{s+5}$	0.8602	0.9310	1.2127

5 おわりに

本稿では、サンプル値制御理論にもとづいて設計したデジタルフィルタを、信号のアナログ特性の変化に応じて適応的に変化させる手法を提案した。擬似逆システムを用いて近似的に最適フィルタを求めることにより、計算量を減らし実時間で実行可能な手法とした。

参考文献

- [1] P. P. Khargonekar and Y. Yamamoto: Delayed signal reconstruction using sampled-data control; Proc. of the 35th Conf. on Decision and Control, pp.1259-1263 (1996)