

H^∞ 制御による予測量子化器の最適設計

H^∞ Optimal Design for Differential Pulse Code Modulation

京都大学大学院 情報学研究科 芦田 信二郎, 永原 正章, 山本 裕

S. Ashida, M. Nagahara, Y. Yamamoto

Graduate School of Informatics, Kyoto University

Abstract The design procedure for digital communication systems is developed based on the sampled-data H^∞ control theory. The procedure provides transmitting/receiving filters, which optimize an analog optimal performance. Furthermore, the trade-off between the attenuation of the reconstruction error and the energy of the transmitting signal is considered by the H^∞ design with an appropriate weighting function. Numerical examples are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

1 はじめに

デジタル機器の発展によりアナログ信号からデジタル信号への変換の必要性が増大している。デジタル信号への変換には標本化と量子化が必要であるが、その際効率的な量子化によりデータを圧縮することが望まれる。この問題に対し本稿ではその手法の一つである予測量子化を取り上げる。予測量子化の特徴は入力信号を直接量子化するのではなく、予測値を生成し入力との差信号を量子化することにある [1]。適切な予測を行うことで量子化のビット数を減らすことができ、電話回線などにおいて伝送効率の増大に寄与している。

本稿では量子化による誤差を付加雑音とみなすことで、予測量子化器の設計問題を H^∞ 最適制御問題に帰着させる。また、従来の予測量子化器の構成では伝送信号に加わる雑音を考慮していない。そこで伝送雑音を考慮したモデルを示し、復元誤差を低減する設計法を提案する。数値例により提案法の有効性を示す。

2 予測量子化

予測量子化は電話回線などにおいて、標本化された信号を量子化するときに行われる。予測量子化のブロック線図を図 1 に示す。エンコーダ部分において、入力信号 r を量子化する代わりに出力信号 \hat{e} から予測器 $K_1(z)$ により r の予測値 u を生成し、 r との差信号 $e = r - u$ を量子化する。ただし Q は量子化レベル Δ が一定の一樣量子化器である。適切に入力信号を予測することができれば、信号 e の振幅を低減することができ、量子化ビット数を低減することが可能となる。

伝送信号 \hat{e} はデコーダ部分において信号 \hat{r} に復元される。復元に際しエンコーダにおいて用いた予測器と同じものを用いると (図 1 参照)、復元誤差に関して

$$|\hat{r} - r| = |\hat{e} - e| \leq \Delta/2$$

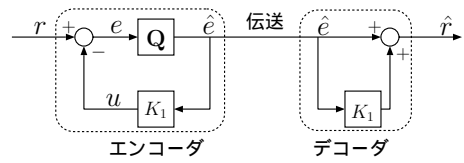


図 1: 予測量子化器のブロック線図 (Q は一樣量子化器)

が成立する。すなわち誤差 $\Delta/2$ 以下で入力信号 r を復元することができる。従って予測量子化を行うことにより、信号の復元誤差を抑えつつ伝送するビット数を低減することができる。

しかしこのモデルは信号 \hat{e} に加わる伝送雑音を考慮しておらず、実際には上式は成立しない。そこで本稿では伝送雑音を考慮したモデルを設定し、 H^∞ 制御を用いて予測量子化器を設計する。

3 設計問題

伝送雑音を考慮した予測量子化器のモデルを図 2 に示す。信号 n が伝送雑音である。設計目標は量子化する信号 e の振幅の低減と入力信号の復元誤差 $|\hat{r} - r|$ の低減である。そこで図 2 における補償器 $K_1(z), K_2(z)$ の設計問題を線形システムの H^∞ 最適制御問題に変換する。

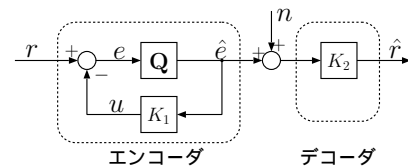


図 2: 伝送雑音を考慮したモデル

まず量子化 Q による誤差を付加雑音とみなし、新たな入力 d を導入する．ただし量子化誤差の振幅は小さいので、1 未満のゲイン g_d をかける．次に入力信号 r は低周波成分を多く含むと仮定し、ローパスフィルタ $W(z)$ を挿入する．逆に伝送雑音 n は高周波信号であるとしてハイパスフィルタ $F(z)$ を挿入する．以上より、図 3 の誤差系が得られる．ただし信号の復元に時間遅れを許し z^{-m} を導入する．このとき設計問題は以下のように定式化される:

問題 1 図 3 において $W(z), F(z), g_d, m$ が与えられたとする．

Step1 入力 $[w, d]^T$ から出力 e までのシステムを T_1 とする． $\|T_1\|_\infty$ を最小化する補償器 $K_1(z)$ を求めよ．

Step2 入力 $[w, d, n]^T$ から出力 e_r までのシステムを T_2 とする． $\|T_2\|_\infty$ を最小化する補償器 $K_2(z)$ を求めよ．

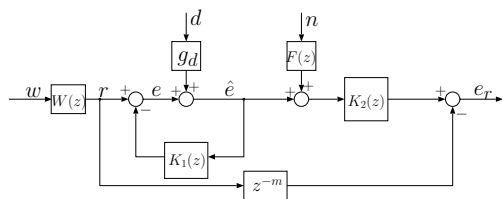


図 3: 補償器設計のための誤差系

4 設計例

以下の設計パラメータを用いた設計例を示す．なお、サンプリング周期は $1[\text{sec}]$ とする．

$W(z)$: 5 次ローパスフィルタ (遮断周波数 $0.63 [\text{rad/sec}]$),

$F(z)$: 5 次ハイパスフィルタ (遮断周波数 $1.3 [\text{rad/sec}]$),

$$g_d := 0.05, m := 2.$$

まずシステム T_1 の周波数応答を図 4 に示す．一般に補償器 $K_1(z)$ として加算器 $1/(z-1)$ が用いられる場合が多いので [2]、その場合と比較する． H^∞ 設計の場合、 T_1 のゲインは周波数によらずほぼ一定に抑えられていることがわかる．続いてシステム T_2 の周波数応答を図 5 に示す．デコーダとして図 1 ($K_2 = 1/(1-K_1)$) の補償器を用いた場合と比較すると、高周波においてゲインが抑えられていることがわかる．すなわち伝送雑音をより低減できると考えられる．

図 2 に対してシミュレーションを行う．量子化レベル $\Delta = 1$ 、入力 $r = 16 \sin(0.1t)$ 、伝送雑音 $n = 4 \sin(1.5t)$

とした時の \hat{r} の時間応答を図 6 に示す．提案法の方が伝送雑音を除去しより良く入力信号を復元していることがわかる．また、この時伝送信号 \hat{e} の振幅は 3 となり伝送ビット数を 2 ビット低減することが可能である．

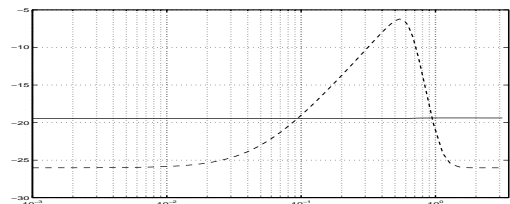


図 4: システム T_1 の周波数応答 (実線: 提案法, 破線: 加算器)

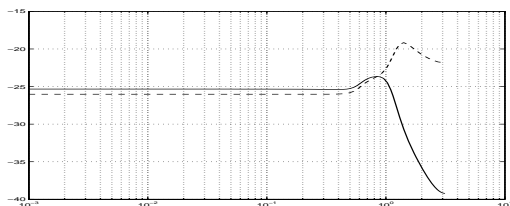


図 5: システム T_2 の周波数応答 (実線: 提案法, 破線: 従来法)

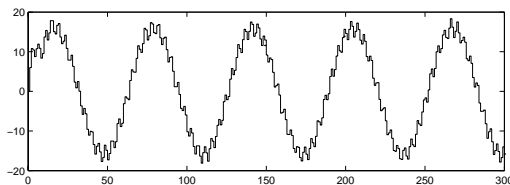
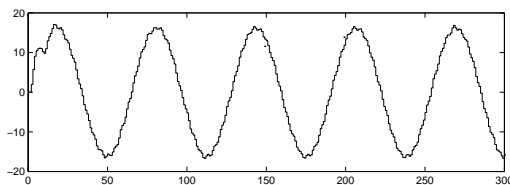


図 6: 復元信号 \hat{r} の時間応答 (上段: 提案法, 下段: 従来法)

5 おわりに

本稿では H^∞ 制御を用いた予測量子化器の設計法を提案した．エンコーダとデコーダを分けて設計することにより伝送雑音を抑えることができた．

参考文献

- [1] A. Gersho, R. M. Gray 著, 古井, 田崎, 小寺, 渡辺 共訳, ベクトル量子化と情報圧縮, コロナ社, 1998.
- [2] 半谷精一郎, デジタル信号処理 基礎から応用, コロナ社, 2000.