

ディジタル通信システムのサンプル値 H^∞ 設計

Sampled-data H^∞ Design for Digital Communication Systems

京都大学大学院 情報学研究科 ○ 永原 正章, 山本 裕, 吉田 真也

M. Nagahara, Y. Yamamoto, S. Yoshida

Graduate School of Infomatics, Kyoto University

Abstract The design procedure for digital communication systems is developed based on the sampled-data H^∞ control theory. The procedure provides transmitting/receiving filters, which optimize an analog optimal performance. Furthermore, the trade-off between the attenuation of the reconstruction error and the energy of the transmitting signal is considered by the H^∞ design with an appropriate weighting function. Numerical examples are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

1 はじめに

ディジタル通信では、音声や画像などアナログの情報源は標本化されたのちに送信装置によって通信路に送られる。従来では、情報源のアナログ信号がナイキスト周波数以下に完全に帯域制限されていると仮定し、標本化の影響を無視して議論が進められることが多いが、この仮定は厳密には成り立たず、ナイキスト周波数以上の成分が情報源には含まれる。したがって、より精密なディジタル通信システムの設計を行なうためには、もとのアナログ信号の特性を考慮する必要がある。

この問題にたいして文献 [1] では、ディジタル通信システムの設計にサンプル値制御理論を導入し、連続時間特性を考慮した手法が提案されている。本研究ではこの手法を拡張し、重み関数を用いた H^∞ 制御によって、送信信号の大きさと復元誤差を同時に考慮する設計を提案する。また、数値例により提案手法の有効性を示す。

2 設計問題

ディジタル通信システムのブロック線図を図 1 に示す。連続時間信号 $w_c \in L^2[0, \infty)$ にたいして連続時間ローパスフィルタ $F_c(s)$ を作用させ、信号 y_c を得る。この $F_c(s)$ は、伝送すべきアナログ信号の先見情報であると考えられる。パルス振幅変調 (PAM) やパルス符号変調 (PCM)[2] では、周期 h で動作する理想サンプラ S_h によって連続時間信号 y_c が離散時間信号 y_d に変換される。信号 y_d は送信フィルタ $K_T(z)$ から通信路 $C_d(z)$ に送信され、雑音 n_d が加わる¹。

雑音を含んだ受信信号は受信フィルタ $K_R(z)$ を通り、周期 h で動作する 0 次ホールドにより連続信号に変換

¹PCM では y_d にたいして量子化や符号化の操作が加わるが、本稿ではそれらの影響を通信路に加わる雑音 n_d とみなして設計を行なう。

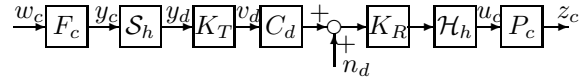


図 1: デジタル通信システム

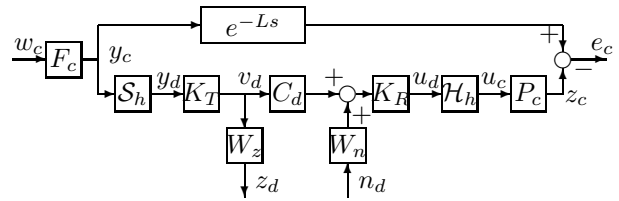


図 2: フィルタ設計のための誤差系

されたのち、アナログフィルタ $P_c(s)$ により平滑化されて出力信号 z_c が得られる。

ディジタル通信では、送受信フィルタ $K_T(z)$ および $K_R(z)$ を用いて、通信路および付加雑音によって劣化した受信信号 z_c からもとの信号 y_c を忠実に再現する必要がある。したがって、図 2 の誤差系により通信フィルタ設計を行なう。ここでは、信号の復元に時間遅れを許し e^{-Ls} を導入する。また送信信号の大きさを抑制するために、重み関数 W_z を用いて送信信号 v_d の大きさを評価する。このとき設計問題は以下のように定式化される:

問題 1 フィルタ $F(s)$, $P(s)$, 重み関数 $W_n(z)$, $W_z(z)$, 通信路 $C_d(z)$ が与えられたとする。このとき

$$J^2 := \sup_{w_c \in L^2, n_d \in l^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}^2 + \|z_d\|_{l^2}^2}{\|w_c\|_{L^2}^2 + \|n_d\|_{l^2}^2}. \quad (1)$$

を最小化する $K_T(z)$ と $K_R(z)$ を求めよ。

3 設計アルゴリズム

文献 [1] と同様，問題を送信フィルタの設計問題と受信フィルタの設計問題に分割する：

Step 1 図 2 において K_T を固定し

$$\|T_R\|_\infty^2 := \sup_{w_c \in L^2, n_d \in l^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}^2}{\|w_c\|_{L^2}^2 + \|n_d\|_{l^2}^2}, \quad (2)$$

を最小化する受信フィルタ K_R を求めよ。

Step 2 図 2 において K_R を固定し

$$\|T_T\|_\infty^2 := \sup_{w_c \in L^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}^2 + \|z_d\|_{l^2}^2}{\|w_c\|_{L^2}^2}, \quad (3)$$

を最小化する送信フィルタ K_T を求めよ。

ここで， K_T の初期値を 1 とし，Step 1 と Step 2 を繰り返す．これらの設計問題はむだ時間を含むサンプル値系の設計問題となるが，FSFH 近似手法 [3] により，有限次元離散時間系の設計問題へ帰着される [1]．

4 設計例

ここでは以下の設計パラメータを用いた設計例を示す．

$$F(s) := \frac{1}{10s+1}, \quad P(s) := 1,$$

$$C_d(z) := 1 + 0.65z^{-1} - 0.52z^{-2} - 0.2975z^{-3},$$

$$W_z(z) := r \cdot \frac{z-1}{z+0.5}, \quad r = 0, 0.21, \quad W_n(z) := 1,$$

なお，サンプリング周期は $h = 1$ ，時間遅れは $L = 2$ とする．ここで，図 2 において w_c から e_c までのシステムを T_{ew} ， w_c から v_d までのシステムを T_{vw} とおく．図 3 に T_{ew} ，図 4 に T_{vw} の周波数応答を示す．比較のため，離散時間 H^∞ による設計を同時に示す．ここで $r = 0.21$ は $\|T_{ew}\|_\infty = -26[\text{dB}]$ となるように選んだ．図 4 より，送信信号を考慮しない場合 ($r = 0$) に比べ，特に高周波域において送信信号が抑制されていることがわかる．またサンプル値設計では，離散時間設計に比べ， T_{ew} ， T_{vw} ともに良い応答を示していることもわかる．

5 おわりに

本稿ではサンプル値 H^∞ 制御を用いて送受信フィルタの設計手法を提案した．アナログ特性を考慮した本設計手法は，特に音楽や音声の伝送に有効と考えられる．また，重み関数を適切に設定することにより，送信信号の大きさも抑制されることを示した．

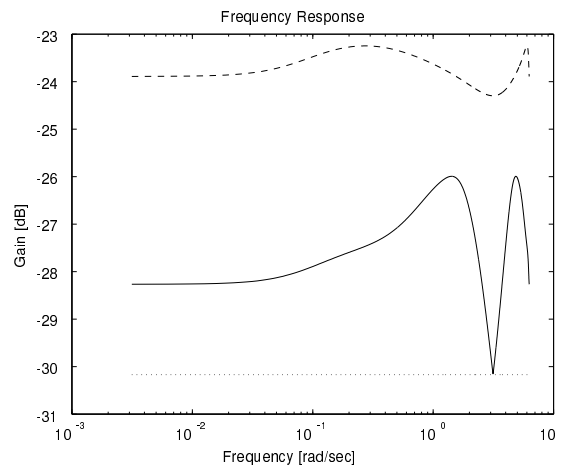


図 3: T_{ew} の周波数応答: サンプル値設計 ($r = 0.21$ (solid), $r = 0$ (dot)), 離散時間設計 (dash).

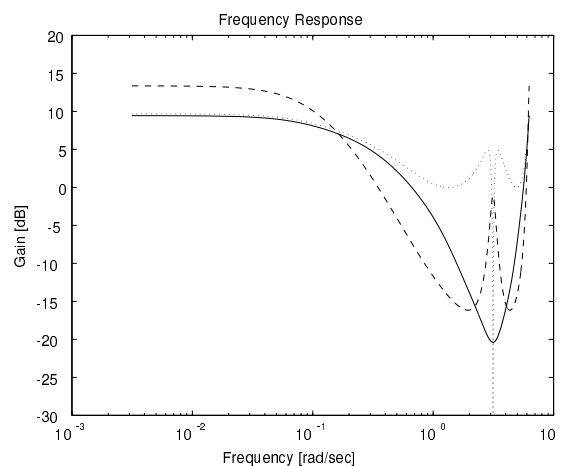


図 4: T_{vw} の周波数応答: サンプル値設計 ($r = 0.21$ (solid), $r = 0$ (dot)), 離散時間設計 (dash).

参考文献

- [1] 永原, 山本: サンプル値制御によるデジタル通信システムの最適設計, 第 23 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, pp. 91–94 (2000)
- [2] J. G. Proakis: *Digital Communications*, McGraw Hill (1989)
- [3] Y. Yamamoto, A. G. Madievski and B. D. O. Anderson: Approximation of frequency response for sampled-data control systems, *Automatica*, vol. 35, pp. 729–734 (1999)